

Om Thermometres Følsomhed.

Af **Julius Thomsen.**

Meddelt i Mødet den 25de Febr. *)

I Anledning af en Række calorimetriske Forsøg, som jeg er ifærd med at anstille, og ved hvilke jeg ønsker at opnaae en saa høi Grad af Nøiagtighed som muligt, har jeg maattet besvare forskellige Spørgsmaal, iblandt hvilke eet angaaer den Nøiagtighed, med hvilken et Thermometer følger en Vædskes Varmegrad, naar denne forandrer sig.

Da en Stigen eller Dalen af Thermometrets Varmegrad kun kan skee, naar der finder en Forskjel Sted mellem dets egen og det omgivende Rums Varmegrad, ligger det i Sagens Natur, at der saa at sige stedse maa være en Forskjel mellem Thermometrets Angivelser og den virkelige Varmegrad af Rummet, i hvilket det befinder sig, alt naturligviis uden Hensyn til mulige mekaniske Feil ved Thermometret.

Hurtigheden, med hvilken Kviksølvet i Thermometret stiger eller falder, er som bekendt afhængig af tvende Faktorer, af hvilke den ene er Forskjellen mellem dets Varmegrad og Omgivelsens, altsaa uafhængig af Thermometret, medens den anden afhænger af Kviksølvbeholderens Form og Størrelse, Glassets Tykkelse og Varmeledningsevne, og altsaa er en særlig Størrelse for hvert enkelt Thermometer.

Hurtigheden, med hvilken Kviksølvet stiger og falder, er Productet af denne for hvert Thermometer eiendommelige Størrelse, der kan kaldes Følsomhedscoefficienten, og Forskjellen imellem Thermometrets og Rummets Varmegrad. Jo større den nævnte Størrelse er, desto mere følsomt er Thermometret.

Naar Thermometret ikke befinder sig i det lufttomme Rum, hvor det kun afkøles eller opvarmes ved Varmestraaling, men i en Luft, en Vædske eller et fast Legeme, kommer endvidere dette

*) See foran S. 9.

Legemes Varmefylde, Varmeledning og Hurtigheden, med hvilken dets enkelte Dele bevæges, i Betragtning. Følsomhedscoefficienten bliver derfor i saadanne Tilfælde forskjellig for hvert enkelt Tilfælde; den er mindre for Thermometret i rolig end i bevæget Luft, betydeligt mindre i en Vædske end i Luften.

Følsomhedscoefficienten lader sig let i hvert enkelt Tilfælde bestemme; thi ifølge Newtons Afkølingslov haves, idet y er Forskjellen imellem Thermometrets og det omgivende Legemes Varmegrad, a Afkølingscoefficienten (Følsomhedscoefficienten) og x Tiden:

$$-dy = ay dx \quad (1)$$

hvoraf da ved Integration findes det bekendte Udtryk

$$y = Ne^{-ax} \quad (2)$$

idet N er Værdien af y for $x = 0$. Da N , y og x kunne bestemmes ved Forsøg, kan altsaa a eller Følsomhedscoefficienten beregnes.

Forsøgene til Bestemmelsen af a bleve anstillede paa følgende Maade. Et Thermometer, hvis Varmegrad iagttoges, blev i et givet Øieblik stukket ned i Vædsken i et af mine Calorimetre, der indeholdt Vand af en anden Varmegrad end Thermometrets; Vandet blev holdt i Bevægelse ved en Rører; Thermometrets Varmegrad og Tiden bestemtes. Et Thermometer, hvis Varmegrad t var $18^{\circ},0$, bragtes ned i Calorimetret, hvis Varmegrad, T , var $24^{\circ},35$; efter 5 Secunder var Thermometrets Varmegrad $23^{\circ},0$. Man har altsaa

$$N = 24^{\circ},35 - 18^{\circ},0 = 6^{\circ},35,$$

$$y = 24^{\circ},35 - 23^{\circ},0 = 1^{\circ},35.$$

Da ifølge ovenstaaende

$$\frac{\log N - \log y}{x \log e} = a,$$

erholdes ved Indsætning af de fundne Værdier, idet $x = 5$,

$$a = 0,308,$$

hvilken Værdi altsaa gjælder for Tiden udtrykt i Secunder.

Jeg skal her kun anføre en Række Bestemmelser med det samme Thermometer for at vise, hvor stor Overensstemmelse

der kan opnaaes, endskjøndt det gjælder Aflæsningen af Thermometret under Kviksølvets Stigning.

T	t	N	y	x	a
17,05	12,0	5,05		0 ^{sec}	
	15,0		2,05	3	0,30
	16,8		0,25	10	0,30
17,05	8,0	9,05			
	14,0		3,05	3,33	0,33
	16,0		1,05	6,67	0,32
24,35	18,0	6,35			
	23,0		1,35	5	0,31
24,35	17,0	7,35			
	24,0		0,35	10	0,30.

Middeltallet af disse Forsøg er

$$a = 0,31.$$

Af denne Størrelse sees altsaa, at det undersøgte Thermometer, naar det neddyppes i Vand, nærmer sig dettes Varmegrad saaledes, at det efter 5, 10, 20 og 30 Secunders Forløb afviger fra Vædskens Varmegrad henholdsvis 0,215, 0,045, 0,002 og 0,0009 Gange den oprindelige Temperaturdifferent.

Medens altsaa Thermometret, der nedsænkes i Vand, allerede inden 30 Secunder har antaget en Varmegrad, hvis Forskel fra Vædsken er en umaalelig Størrelse, er Forholdet langt mindre gunstigt, naar Thermometret nedsænkes i en koldere eller varmere Luft. Coefficienten vil i dette Tilfælde blive langt mindre, det vil sige, der medgaaer langt større Tid, forinden Forskjellen imellem Thermometrets og Vædskens Varmegrad bliver ringe.

Til Bestemmelse af Coefficienten under saadanne Forhold anstilledes lignende Forsøg som de ovennævnte. Calorimetrets indre Beholder indeholdt altsaa kun Luft; Mellemlummet imellem den indre og ydre Beholder var fyldt med Snee, saa at Varmegraden af Luften i den indre Beholder (T) holdt sig constant og ikke meget forskjellig fra 0. Jeg bragte da Ther-

mometret ind i Calorimetrets indre Beholder, og aflæste Kviksølvets Dalen og den forløbende Tid, der ved disse Forsøg er udtrykt i Minuter.

For det samme Thermometer, som blev anvendt til ovenstaaende Forsøg, skred Afkølingen i Luften frem paa følgende Maade:

T	t	N	y	x	a
1,00	13,75	12,75		0 minut	
	9,0		8,0	2	0,232
	6,1		5,1	4	0,229
	4,2		3,2	6	0,230
	3,05		2,05	8	0,228.

Middeltallet af disse Forsøg er

$$a = 0,230.$$

For at sammenligne denne Størrelse med den ovennævnte, der er Coefficienten for Thermometret i Vand, naar Tiden udtrykkes i Secunder, maa man multiplicere den med 60. Man finder da Thermometrets Følsomhedscoefficient

$$\text{for bevæget Vand } a = 18,6$$

$$\text{— rolig Luft } a = 0,23,$$

saa at Thermometret er 80 Gange saa følsomt for Forandringer i Vandets, som for Forandringer i Luftens Varmegrad.

Ved Hjælp af Følsomhedscoefficienten kan man bestemme den Forskjel, som finder Sted imellem Thermometrets Angivelser og Varmegraden i en Vædske (eller Luft), i hvilken Thermometret befinder sig, naar man kjender Loven, efter hvilken Vædsken afkøles eller opvarmes.

Afkjøles Vædsken af Omgivelserne efter Newtons Afkølingslov, have

$$- dy' = a' y' dx,$$

idet y' betegner Forskjellen imellem Vædskens og Omgivelsens Varmegrad, a' en constant Størrelse og x Tiden. Da $x = 0$ giver $y' = N$, have ligesom ovenfor

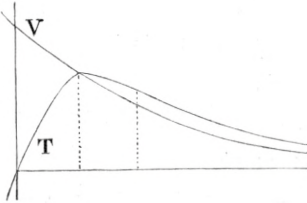
$$y' = Ne^{-a'x}.$$

Nedsænkes nu i Vædsken et Thermometer, der har Omgivelsens Varmegrad, vil Thermometrets Varmegrad forandre sig efter Loven

$$dy = a(y' - y) dx = a(Ne^{-a'x} - y) dx \quad (3)$$

idet y betegner Forskjellen imellem Thermometrets og Omgivelsens Varmegrad; da man saavel for $x = 0$ som for $x = \infty$ har $y = 0$, erhoides

$$y = \frac{aN}{a-a'} (e^{-a'x} - e^{-ax}) \quad (4)$$



Ligningen svarer til Curven T i vedfœiede Figur, hvor Curven V udtrykker Væskens tilsvarende Varmegrad. Thermometret naaer sit Maximum i det Øieblik, det har samme Varmegrad som Vædsken; thi ifølge (3) er

$$\frac{dy}{dx} = 0 \text{ for } y' - y = 0.$$

Tiden, der forløber, forinden Thermometret naaer sit Maximum, er bestemt ved

$$x = \frac{1.a - 1.a'}{a - a'} \quad (5)$$

og er altsaa uafhængig af N eller Differensen imellem Calorimetrets og Omgivelsens Varmegrad; den er altsaa en constant Størrelse for samme Thermometer og samme Calorimeter.

Ved calorimetriske Forsøg falder a' eller Calorimetrets Afkølingscoefficient i Reglen imellem 0,005 og 0,02, det vil sige Afkølingen er for en Temperaturdifferens af 1° henholdsviis $0^\circ,005$ og $0^\circ,02$ i Minutet.

Indføres nu i Udtrykket (5) for a den ovenfundne Værdi 18,6, da findes

$$\begin{aligned} x &= 22^{\text{sec}} \text{ for } a' = 0,02, \\ x &= 26^{\text{sec}} \text{ - } a' = 0,005. \end{aligned}$$

Thermometrets Maximum yder dog ikke i Praxis et saa sikkert Udgangspunkt for calorimetriske Beregninger, som man kunde vente; i Reglen vil man derfor foretrække at aflæse Thermometret,

efterat Maximum er passeret. Men da er dets Varmegrad højere end Vædskens, og det gjælder altsaa om at kjende denne Differens.

Denne Differens $y - y'$ naaer sit Maximum for

$$x = 2 \frac{l \cdot a - l \cdot a'}{a - a'}$$

for hvilken Værdi Curven har et Inflexionspunkt, og Forskjellen er da

$$y - y' = N \left(\frac{a_1}{a} \right)^{\frac{a+a'}{a-a'}} = y' \cdot \frac{a'}{a} \quad (6)$$

Sættes i denne Formel $a = 18,6$ og $a' = 0,01$, da er

$$y - y' = 0,00054 y'.$$

Altsaa selv for en Værdi af $y' = 10^\circ$, hvorved Vædskens afkøles $0^\circ,1$ hvert Minut, kun $0^\circ,0054$, hvilken Størrelse i de allerfleste Tilfælde ikke vil kunne have nogen væsenlig Indflydelse paa Resultatet, idet den i Reglen kun vil beløbe sig til $\frac{1}{2}$ Promille af Resultatet.

Man kan altsaa ved calorimetriske Forsøg uden at begaae nogen mærkelig Feil antage Thermometrets Angivelser overensstemmende med Vædskens Varmegrad, selv om denne forandrer sig, naar Vædskens kun holdes i stadig Bevægelse.

Naar man derimod skal maale Varmegraden af Luft, som ikke holdes i stadig Bevægelse, kan der ved en jevn Forandring i Luftens Varmegrad vise sig en ret kjendelig Forskjel imellem Thermometrets Angivelser og Luftens sande Varmegrad; thi Coefficienten er som ovenfor anført i dette Tilfælde 80 Gange saa lille, og vilde i ovennævnte Tilfælde give en Forskjel af $0^\circ,4$.

Da dette Forhold muligt kunde have nogen praktisk Betydning, bestemte jeg Følsomhedscoefficienten for nogle Thermometre af meget forskellige Dimensioner. Da Detaillen af Forsøgene ikke kan have Interesse, meddeles her kun selve Coefficienten og Dimensionen af Kviksølvbeholderne, nemlig Diametren d og, forsaavidt Beholderen er cylindrisk, Længden e .

A. Thermometre med Kuglebeholder.

	d <small>mm</small>	a	ad	
Nr. 1	20,5	0,10	2,1	} ordinære Thermometre.
- 2	15,0	0,15	2,2	
- 3	12,8	0,18	2,3	
- 4	10,8	0,23	2,5	
- 5	10,4	0,25	2,6	$\frac{1}{5}^{\circ}$ Therm. af Greiner.
- 6	10,1	0,22	2,2	$\frac{1}{10}^{\circ}$ — af Geisler.

B. Thermometre med cylindrisk Beholder.

	d <small>mm</small>	e <small>mm</small>	a	
Nr. 7	7,6	30	0,23	$\frac{1}{10}^{\circ}$ Therm. af Greiner.
- 8	6,0	24	0,26	} ordinære Thermometre.
- 9	5,9	13	0,35	
- 10			0,44	
- 11	4,4	13	0,48	$\frac{1}{5}^{\circ}$ Therm. af Geisler.

Coefficienten a varierer altsaa meget betydeligt, men dog ikke saameget som man skulde troe; den ligger i alle praktiske Forhold vistnok imellem 0,1 og 0,5, idet den første Størrelse gjælder for et Thermometer med Kugle af 20^{mm} Diameter, medens den sidstnævnte Størrelse (0,48) er fundet med et Thermometer med Cylinder af 4^{mm},4 Diameter og 13^{mm} Længde.

Det viser sig endvidere, at Produktet af Diametren og Følsomhedscoefficienten er tilnærmelsesviis en constant Størrelse (2,1 til 2,6); det følger deraf, at den Forskel i Beholdernes Glas-tykkelse, som muligt er tilstede, ikke udøver nogen væsenlig Indflydelse paa Følsomheden, men at denne overensstemmende med Loven for Legemets Afkøling staaer i omvendt Forhold til Kuglens Diameter, idet Udstraaingen er proportional med Overfladen, medens Afkølingen (Forandringen i Varmegrad) er omvendt proportional med Indholdet.

Den praktiske Betydning af disse Coefficienter med Hensyn til Thermometrenes Angivelser af Luftens Varmegrad er altsaa følgende. Naar et Thermometer, som befinder sig i en rolig

Luft, der forandrer sin Varmegrad saaledes, at Forandringen er proportional med Tiden, vil der indtræde en bestemt Forskjel imellem Luftens og Thermometrets Varmegrad, der er bestemt ved (3)

$$y' - y = \frac{1}{a} \frac{dy}{dx},$$

hvor da $\frac{dy}{dx}$ kan betragtes som constant. Opvarmes Luften $0^{\circ},1$ i hvert Minut, da er Forskjellen imellem Luftens og Thermometrets Varmegrad for de tvende Extremer af Thermometre

$$\frac{0^{\circ},1}{0,1} = 1^{\circ},0, \quad \frac{0^{\circ},1}{0,48} = 0^{\circ},2.$$

Men Forholdet kan ogsaa udtrykkes paa en anden Maade, uafhængigt af Temperaturforandringen. Tiden x , som er forløbet fra det Øieblik, da Luften havde den Varmegrad y , som Thermometret angiver i Observations-Øieblikket, hvor Luftens Varmegrad i Virkeligheden er y' , er under ovennævnte Forudsætning bestemt ved

$$y' - y = x \frac{dy}{dx},$$

som i Forbindelse med Ovenstaaende giver

$$x = \frac{1}{a}.$$

Den omvendte Følsomhedscoefficient udtrykker altsaa en constant Forskjel i Tid, der ligger imellem Iagttagelses-Øieblikket og det Øieblik, da Luften i Virkeligheden har den iagttagne Varmegrad, alt under den Forudsætning, at Temperaturforandringen er proportional med Tiden. For de tvende Extremer erholdes altsaa

$$x = 10^{\text{minut}} \text{ og } x = 2^{\text{minut}},$$

hvilket altsaa kun ved hurtige Temperaturforandringer vil have nogen Betydning i praktiske Forhold.
